

Términos racionales e irracionales

Término racional	No tiene raíz.
Término irracional	Tiene raíz.

Leyes importantes

Ley asociativa $abcd = (ab) \cdot (cd) = (a \cdot bc) \cdot d$

Ley de signos $++ = +$

Ley de signos $-- = +$

Ley de signos $+- = -$

Ley de signos $-+ = -$

Ley de signos $+/ = -$

Ley de signos $+/- = +$

Ley de signos $-/+ = -$

Ley de signos $-/- = +$

Ley de exponentes $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Ley de exponentes $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Ley de exponentes $a^n / a^m = a^{n-m}$

Productos Notables

Ciertos productos que cumplen reglas fijas y el resultado puede ser por inspección.

Cambios de signos en multiplicación

$$(a-b)(c-d) = -(b-a)(c-d)$$

$$(a-b)(c-d) = -(a-b)(d-c)$$

$$(a-b)(c-d) = (b-a)(d-c)$$

Teorema del residuo

Dividir un polinomio entre un binomio de la forma $x - a$ se obtiene sustituyendo x por a .

Cuando el divisor sea de la forma $bx - a$ donde b es el coeficiente de x y distinto a 1, es el residuo obtiene sustituyendo x por a/b o cuando sea $bx + a$ por $-a/b$

Fracciones Heterogéneas

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Conjugación

El mismo término con signo opuesto

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Raíz(4 + x) - 2 ----> **conjugado es** Raíz(4 + x) + 2

Division sintética

Permite hallar el **cociente y residuo** de una división de polinomio y binomio.

Division sintética

$$\begin{array}{r|rrrrrr} x^3 - 5x^2 - 3x + 14 & x - 3 \\ \hline & 1 & -5 & -3 & +14 \\ \text{Coeficientes} & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 1 & -5 & -3 & +14 \\ \text{Suma y} & 1 \cdot 3 = 3 & 3 \cdot (-5) = -15 & (-15) \cdot (-3) = 45 & 45 \cdot 1 = 45 \\ \text{multiplicar} & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 1 & -2 & -3 & 59 \\ \hline & & & & \text{residuo} \\ & & & & 59 \\ \hline & & & & x^2 - 2x - 3 \end{array}$$

Es divisible solo si...

$$\frac{a^n - b^n}{a - b} \text{ siempre} \quad \frac{a^n + b^n}{a + b} \text{ si } n \text{ es impar}$$

$$\frac{a^n - b^n}{a + b} \text{ si } n \text{ es par} \quad \frac{a^n + b^n}{a - b} \text{ nunca}$$

Racionalización

Se multiplica ambos términos por algo que haga al denominador raíz exacta.

- Se multiplica por la conjugada del denominador.

- Si son 3 radicales se multiplica por la conjugada del denominador y luego por la conjugada del resultado.

Radicales

$$\begin{aligned} \bullet \sqrt[n]{abc} &= \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} \\ \bullet (a \sqrt[n]{m})(b \sqrt[n]{x}) &= a m^{\frac{1}{n}} \cdot b x^{\frac{1}{n}} \\ &= ab m^{\frac{1}{n}} x^{\frac{1}{n}} = ab (mx)^{\frac{1}{n}} \\ &= ab \sqrt[n]{mx} \end{aligned}$$

Radicales

$$\begin{aligned} \bullet \frac{a}{b} \sqrt[n]{\frac{m}{x}} \cdot b \sqrt[n]{x} \\ = \frac{ab}{b} \sqrt[n]{\frac{mx}{x}} = a \sqrt[n]{m} \end{aligned}$$

Factores

Factor común $10b - 30ab^2 = 10b(1 - 3ab)$

Agrupación de términos $ax+bx+ay+by = (a+b)(x+y)$

Trinomio Cuadrado Perfecto $m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2$

Diferencia de Cuadrados Perfectos $16x^2 - 25y^4 = (4x+5y^2)(4x-5y^2)$

Trinomio de la forma x^2+bx+c $x^2+5x+6 = (x+2)(x+3)$
sumados 5, producto 6

Suma de cubos perfectos $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

Diferencia de cubos $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

- Al multiplicar los factores debe dar la expresión original.

Trinomio Cuadrado Perfecto también llamado TCP

Factores. Cubo perfecto de binomio

$$\begin{aligned} 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 &\rightarrow \sqrt[3]{8x^3} = 2x \\ &= 3(2x)^2(1) = 12x^2 \\ &= 3(2x)(1)^2 = 6x \\ &= (2x+1)^3 \end{aligned}$$

Factores. Suma o diferencia de potencias

Teorema del residuo

Diferencia de potencias iguales, es divisible entre la **diferencia**, sean pares o impares.

Diferencia de potencias iguales pares es divisible **por la suma**

Sumatoria de potencias iguales impares, es divisible por la **suma**.

Sumatoria de potencias iguales pares, **no es divisible**.

Factores. TCP por adición o Sustracción

$$\begin{aligned} &x^4 + x^2y^2 + y^4 \\ &\quad + x^2y^2 \quad - x^2y^2 \\ \hline &x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 \\ &\quad \text{TCP} \quad - x^2y^2 \\ &\quad \text{Diferencia wadrodos} \end{aligned}$$

Ejemplo.

$$\begin{aligned} &\frac{m^5 + n^5}{m + n} \\ &= (m+n)(m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4) \end{aligned}$$

Factores. Trinomio de la forma ax^2+bx+c

$$\begin{aligned} 6x^2 - 7x - 3 &\rightarrow 6(6x^2) - 6(7x) - 6(3) = \\ &(6x)^2 - 7(6x) - 18 = \\ &(6x-9)(6x+2) = \\ &\frac{(6x-9)(6x+2)}{2 \cdot 3} = \\ &(2x-3)(3x+1) \end{aligned}$$